Dinâmica Estrutural e Engenharia Sísmica
Mestrado Integrado em Engenharia Civil
Docentes: Profª Rita Bento (responsável) e Prof. Jorge Miguel Proença
5º Ano - 1º Semestre – 29 de Janeiro de 2013 (2ª Época)

Desligue o telemóvel
Identifique todas as folhas com o número e nome
Entregue cada problema em folhas separadas
Justifique adequadamente todas as respostas
Duração: 2h30m

Problema 1 (10,0)

Considere o modelo estrutural de um edifício representado na figura. As vigas são rígidas à flexão e todos os elementos são axialmente rígidos com exceção das bielas. A massa encontra-se distribuída ao longo do comprimento das vigas.

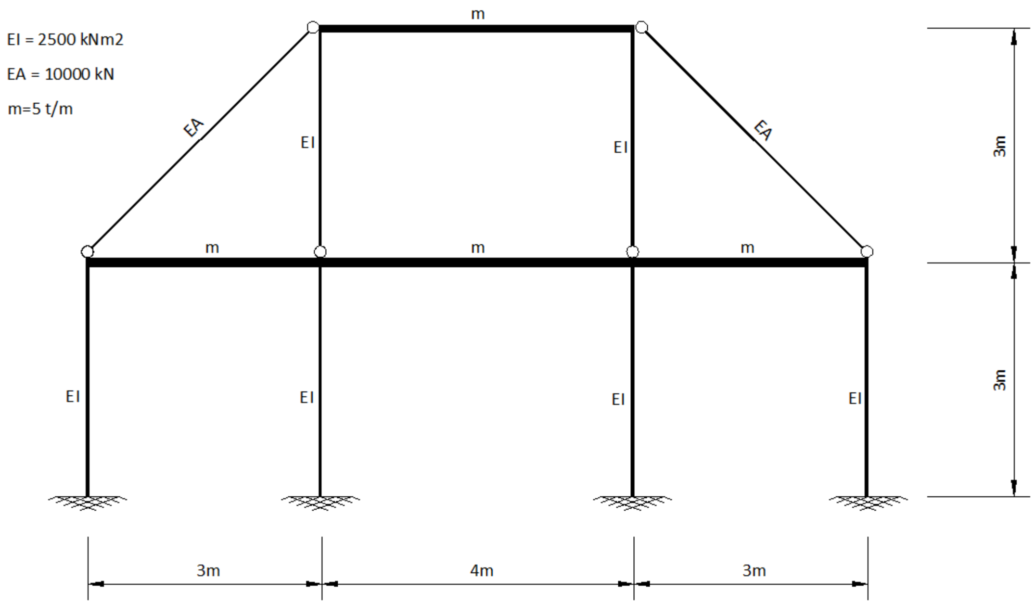


Figura 1: Modelo estrutural de edifício

a) Calcule as matrizes de massa e rigidez considerando os graus de liberdade adequados. (2,0)
b) Calcule os períodos e os modos de vibração do modelo estrutural ilustrado, utilizando a equação característica. (1,5)

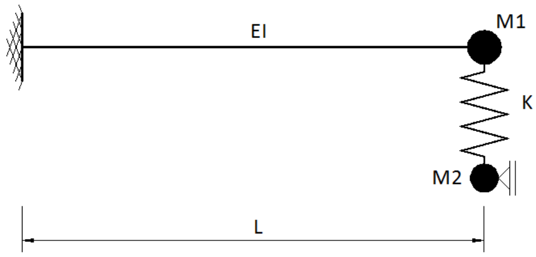
No âmbito de uma análise dinâmica linear por espectros de resposta e de acordo com o EC8/Anexo Nacional, considere que a estrutura é de Classe de Importância II, se situa em Lagos em solo do tipo C e é atuada por um sismo do tipo 1 (zona 1.1). Considere um coeficiente de comportamento (q) de 3,0.

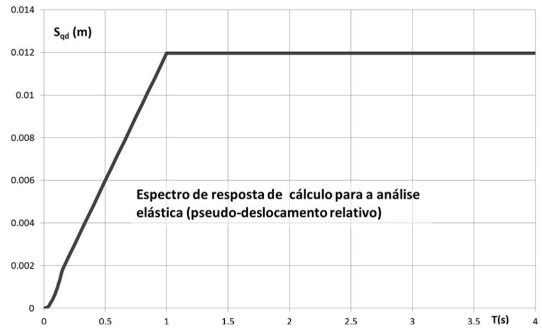
c) Calcule o valor do deslocamento dos pisos e do valor do esforço axial das bielas. (3,0)
d) Calcule o valor da força de corte na base e o correspondente coeficiente sísmico. (1,5)

Considere agora que as bielas são rígidas. Admita que a estrutura está sujeita à atuação de uma força constante de 10 kN durante um intervalo de 2 segundos. Despreze o coeficiente de amortecimento.

e) Calcule o período da estrutura. (1,0)
f) Calcule o primeiro instante em que é máximo o valor do esforço transverso dos pilares do 1º piso, assim como o valor do esforço transverso correspondente. (1,0)

Problema 2 (3,0)
Considere o seguinte modelo estrutural (EI = 4000 kNm^2, L = 2 m; K = 3000 kN/m, M_1 = 5t, M_2= 3t).





a) Determine a frequência própria fundamental do sistema, desprezando a massa da consola e utilizando o método de Rayleigh simplificado. (1,0)

Considere agora que a estrutura em causa é sujeita à ação de um sismo cujo espectro de resposta de deslocamentos referente à componente vertical do movimento é também representado.

b) Determine o valor máximo momento no encastramento considerando apenas o contributo do modo fundamental para o efeito da ação sísmica (determinado, aproximadamente, na alínea anterior). (2,0)

Problema 3 (2,0)
Uma placa isolada de 1 tonelada (massa), sobre a qual se pretendem conduzir experiências sensíveis a vibrações, é assente sobre a laje de um laboratório de estruturas. A utilização normal desse laboratório pode originar vibrações com frequências de 50 ciclos por segundo, que deverão ser reduzidas na transmissão à referida placa. Face ao exposto, determine a rigidez máxima do sistema de isolamento para que a vibração transmitida à placa seja reduzida em, pelo menos, 95% do seu valor na laje de laboratório. Despreze o amortecimento nesses cálculos. Discuta em que medida é que essa hipótese (de amortecimento nulo) é conservativa face à condição de isolamento enunciada.

Problema 4 (5,0)

a) Considere o modelo estrutural de um edifício de um piso, ao qual correspondem as seguintes matrizes (graus de liberdade de translação, x e y, e de torção, θ, determinados no centro de massa do piso).

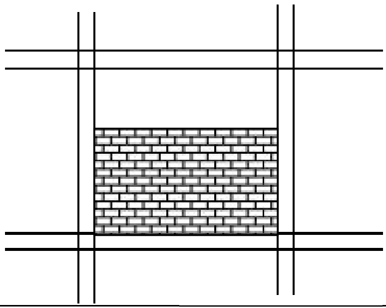
$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_\theta \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & I_p \end{bmatrix}$$

Determine, justificando, como pode exprimir a condição de edifício não torsionalmente flexível em termos das frequências dos modos de vibração (de translação e torção). (2,0)

b) Diga o que entende por período de retorno. Qual a probabilidade de excedência de dada ação sísmica num período de vida igual ao período de retorno dessa mesma ação? Comente o resultado obtido. (1,0)

c) O Anexo Nacional do Eurocódigo 8 introduz uma diferença significativa na determinação do coeficiente de Solo (*S*), que é calculado em função de um valor máximo (S_{max}) e do valor de cálculo da aceleração à superfície de um terreno tipo A. Justifique os fundamentos do método de cálculo do coeficiente de solo e quais as consequências que deste decorrem (1,0)

d) Suponha que num edifício o espaço entre pilares e vigas só é preenchido por alvenaria até meia altura, como indicado na Figura. Aumenta assim a resistência global do pórtico a cargas horizontais. Nestas condições, porque piora o seu comportamento sísmico? (1,0)



Formulário:

$$\left|\mathbf{K}-p^2\mathbf{M}\right|=0 \qquad \left\{\mathbf{K}-p_n^2\,\mathbf{M}\right\}\mathbf{v}_n=0 \qquad \mathbf{D}=\mathbf{F}\,\mathbf{M} \qquad \mathbf{D}\,\mathbf{v}_n=\frac{1}{P_n^2}\mathbf{v}_n$$

$$\mathbf{v}_m{}^T\mathbf{M}\,\mathbf{v}_n=\begin{cases}0 & m\neq n\\ M_n & m=n\end{cases} \qquad \mathbf{v}_m{}^T\mathbf{K}\,\mathbf{v}_n=\begin{cases}0 & m\neq n\\ M_n\,p_n^2 & m=n\end{cases} \qquad \phi_n=\frac{\mathbf{v}_n}{\sqrt{\mathbf{v}_n{}^T\,\mathbf{M}\,\mathbf{v}_n}} \qquad \phi_m{}^T\mathbf{M}\,\phi_n=\begin{cases}0 & m\neq n\\ 1 & m=n\end{cases} \qquad \phi_m{}^T\mathbf{K}\,\phi_n=\begin{cases}0 & m\neq n\\ p_n^2 & m=n\end{cases}$$

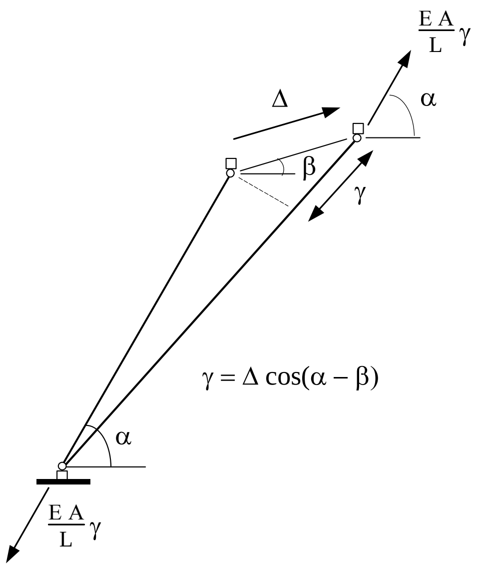
$$P_{nx}=\phi_n{}^T\,\mathbf{M}\,\mathbf{1}_x \qquad \ddot{\mathbf{q}}_{n\alpha}^{\max}=P_{n\alpha}\,S_{an\alpha}\,\phi_n \qquad \mathbf{q}_{n\alpha}^{\max}=P_{n\alpha}\,S_{dn\alpha}\,\phi_n \qquad S_{dn}=\frac{S_{an}}{4\pi^2\,f_n^2}$$

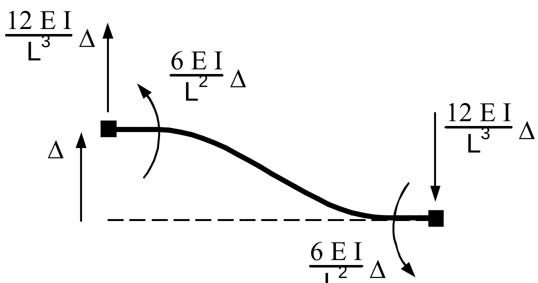
$$SRSS \quad r^{\max}=\sqrt{\sum_n\left(r_n^{\max}\right)^2} \qquad CQC \quad r^{\max}=\sqrt{\sum_n\sum_m r_n^{\max}\,\mu_{mn}\,r_m^{\max}} \qquad f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{g\frac{\sum_i F_i\,d_i}{\sum_j F_j\,d_j^2}}$$

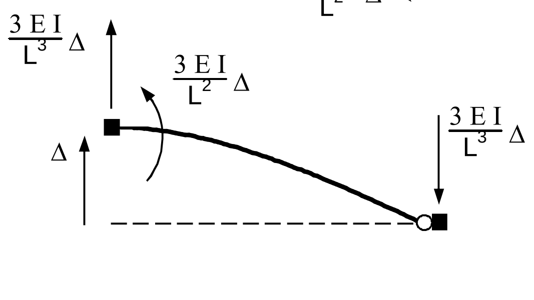
$$p^2=g\,\frac{\int_0^L m(x)\,q_G(x)\,dx+\sum_i M_i\,q_G(x_i)}{\int_0^L m(x)\left[q_G(x)\right]^2dx+\sum_j M_j\left[q_G(x_j)\right]^2} \qquad p^2=\frac{\int_0^L EI(x)\left[\psi''(x)\right]^2dx+\sum_i K_{\Delta i}\left[\psi(x_i)\right]^2+\sum_j K_{\theta i}\left[\psi'(x_j)\right]^2}{\int_0^L m(x)\left[\psi(x)\right]^2dx+\sum_m M_m\left[\psi(x_m)\right]^2+\sum_n I_{\theta n}\left[\psi'(x_n)\right]^2}$$

$$\beta_1=\frac{1}{\sqrt{\left(1-\bar{\omega}^2\right)^2+\left(2\zeta\,\bar{\omega}\right)^2}} \qquad \beta_2=\beta_1\sqrt{1+\left(2\zeta\,\bar{\omega}\right)^2} \qquad \beta_3=\beta_1\,\bar{\omega}^2 \qquad \bar{\omega}=\frac{\omega}{p}$$

$$q(t)=\frac{e^{-\zeta pt}}{mp_d}\int_0^t Q(\tau)e^{\zeta p\tau}sen\left(p_d\left(t-\tau\right)\right)d\tau+e^{-\zeta pt}\left(q_0\cos\left(p_d t\right)+\frac{\dot{q}_0+\zeta pq_0}{p_d}sen\left(p_d t\right)\right) \qquad H_n\left(a_{gR}\right)=1-\left(1-\frac{1}{T_R}\right)^n$$







Quadro NA.I – Aceleração máxima de referência a_{gR} (m/s^2) nas várias zonas sísmicas

Acção sísmica Tipo 1		Acção sísmica Tipo 2	
Zona Sísmica	a_{gR} (m/s^2)	Zona Sísmica	a_{gR} (m/s^2)
1.1	2,5	2.1	2,5
1.2	2,0	2.2	2,0
1.3	1,5	2.3	1,7
1.4	1,0	2.4	1,1
1.5	0,6	2.5	0,8
1.6	0,35	–	–

f) NA–3.2.2.2(2)P

Em Portugal, para a definição dos espectros de resposta elásticos o valor do parâmetro S deve ser determinado através de:

para $a_g \leq 1$ m/s^2 $\qquad S = S_{max}$

para 1 m/s$^2 < a_g < 4$ m/s^2 $\qquad S = S_{max} - \frac{S_{max} - 1}{3}(a_g - 1)$

para $a_g \geq 4$ m/s^2 $\qquad S = 1,0$

em que:

a_g valor de cálculo da aceleração à superfície de um terreno do tipo A, em m/s^2;

S_{max} parâmetro cujo valor é indicado nos Quadros NA−3.2 e NA−3.3.

Em Portugal, para a definição dos espectros de resposta elásticos para a **Acção sísmica Tipo 1** devem adoptar-se os valores do Quadro NA−3.2 em vez do Quadro 3.2.

Quadro NA−3.2 – Valores dos parâmetros definidores do espectro de resposta elástico para a Acção sísmica Tipo 1

Tipo de Terreno	S_{max}	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,0	0,1	0,6	2,0
B	1,35	0,1	0,6	2,0
C	1,6	0,1	0,6	2,0
D	2,0	0,1	0,8	2,0
E	1,8	0,1	0,6	2,0

h) NA–4.2.5(5)P

Em Portugal, os coeficientes de importância a adoptar são os indicados no Quadro NA.II.

Quadro NA.II – Coeficientes de importância γ_I

Classe de Importância	Acção sísmica Tipo 1	Acção sísmica Tipo 2	
		Continente	Açores
I	0,65	0,75	0,85
II	1,00	1,00	1,00
III	1,45	1,25	1,15
IV	1,95	1,50	1,35

(4)P Para as componentes horizontais da acção sísmica, o espectro de cálculo, $S_d(T)$, é definido pelas seguintes expressões:

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3}\right)\right] \qquad (3.13)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : \ S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \qquad (3.14)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \qquad (3.15)$$

$$T_D \leq T : \quad S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \qquad (3.16)$$

Excertos da NP EN 1998-1 (Anexo Nacional NA, 2009)

$a_g = a_{gR}\ \gamma_I$ $\qquad \beta = 0,2$